CAPÍTULO IV

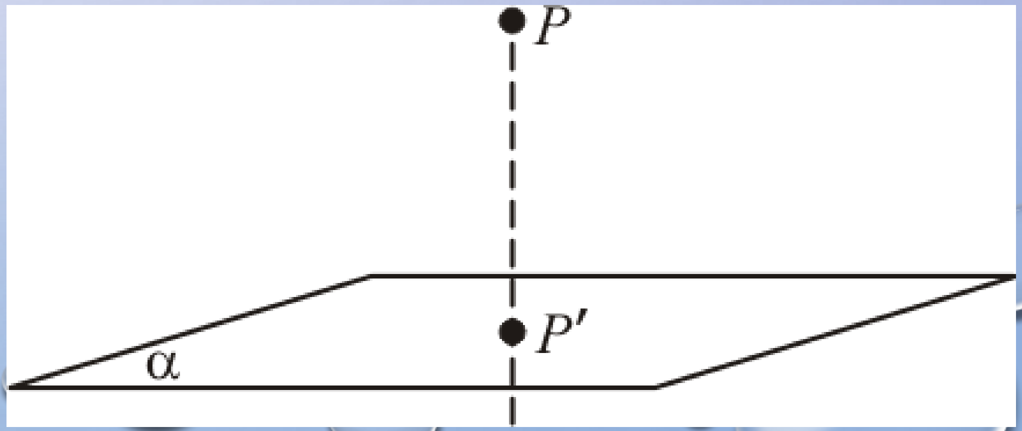
APLICAÇÕES

PROJEÇÃO ORTOGONAL SOBRE UM PLANO

- PROJEÇÃO DE UM PONTO:

Definição: Chama-se projeção ortogonal de um ponto sobre um plano ao pé da perpendicular ao plano conduzida pelo ponto. O plano é dito plano de projeção e a reta é a reta projetante do ponto.

$P' = proj_{\alpha}$ P

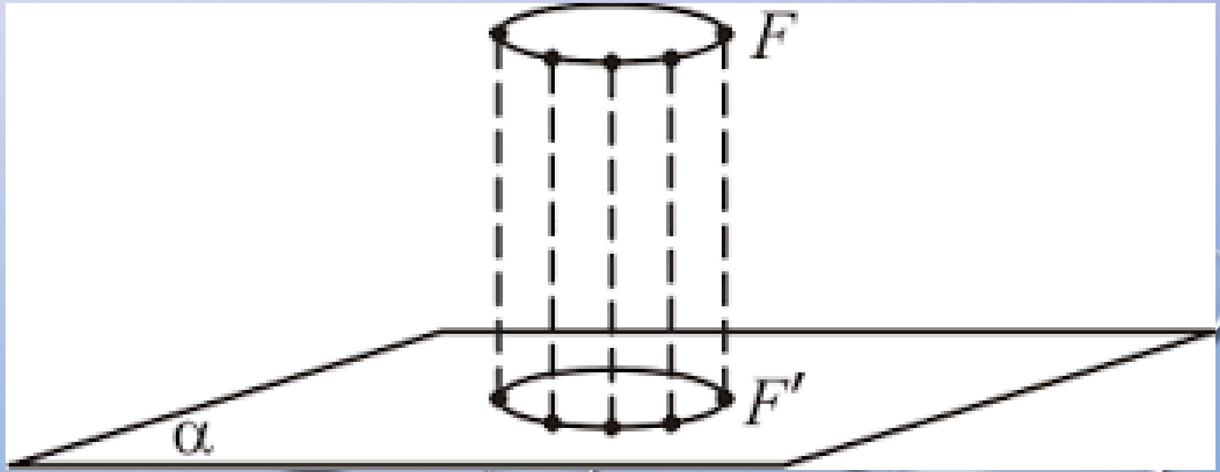


PROJEÇÃO ORTOGONAL SOBRE UM PLANO

- PROJEÇÃO DE UMA FIGURA:

Definição: Chama-se projeção ortogonal de uma figura sobre um plano ao conjunto das projeções ortogonais dos pontos dessa figura sobre o plano.

$$F' = proj_{\alpha}\, F$$



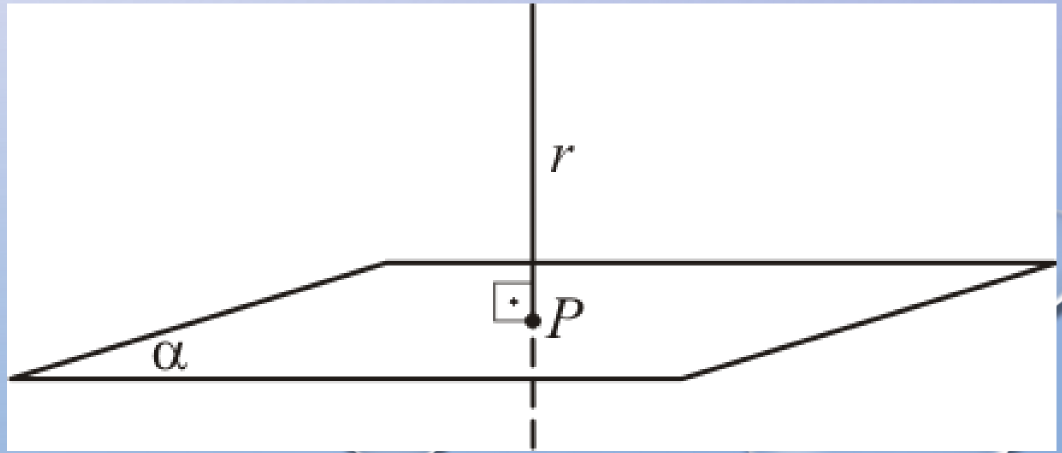
PROJEÇÃO ORTOGONAL SOBRE UM PLANO

- PROJEÇÃO DE UMA RETA:

Com base nas definições anteriores temos:

a) Se a reta é perpendicular ao plano, sua projeção ortogonal sobre o plano é o traço da reta no plano.

$$P = proj_{\alpha}\ \mathrm{r}$$



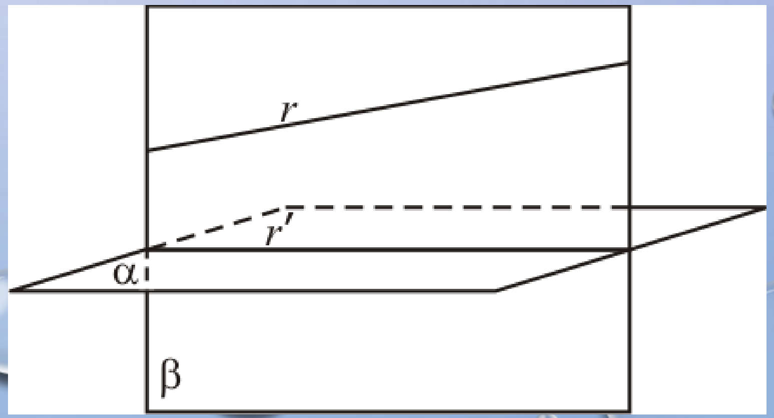
PROJEÇÃO ORTOGONAL SOBRE UM PLANO

b) Se a reta não é perpendicular ao plano, temos a particular definição:

Chama-se projeção ortogonal de uma reta r, não perpendicular a um plano α, sobre esse plano, ao traço em α, do plano β, perpendicular a α, conduzido por r.

α é o plano de projeção e β é o plano projetante de r.

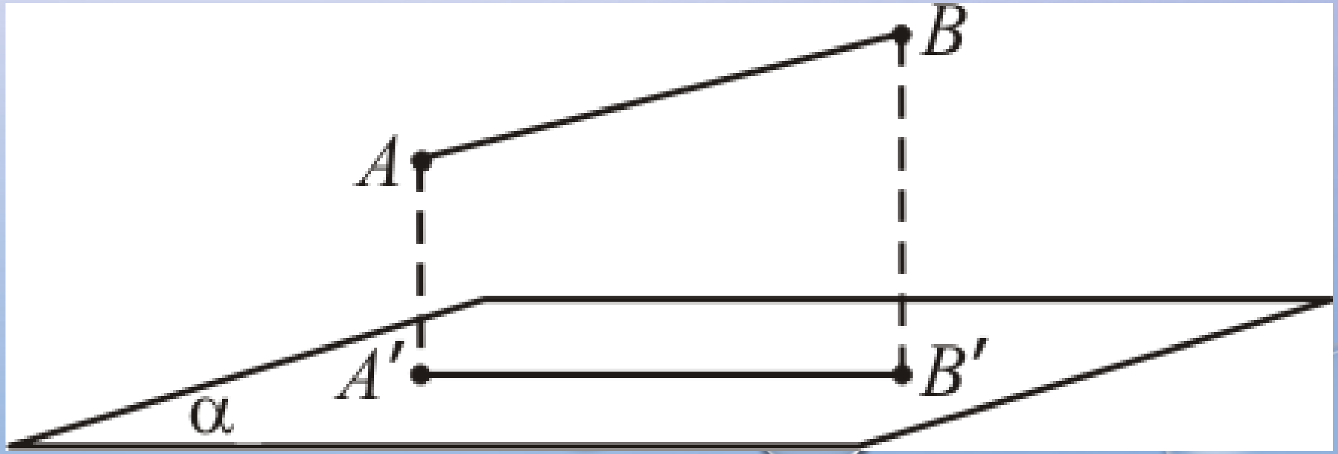
$$r' = proj_{\alpha}\,\mathrm{r}$$



PROJEÇÃO ORTOGONAL SOBRE UM PLANO

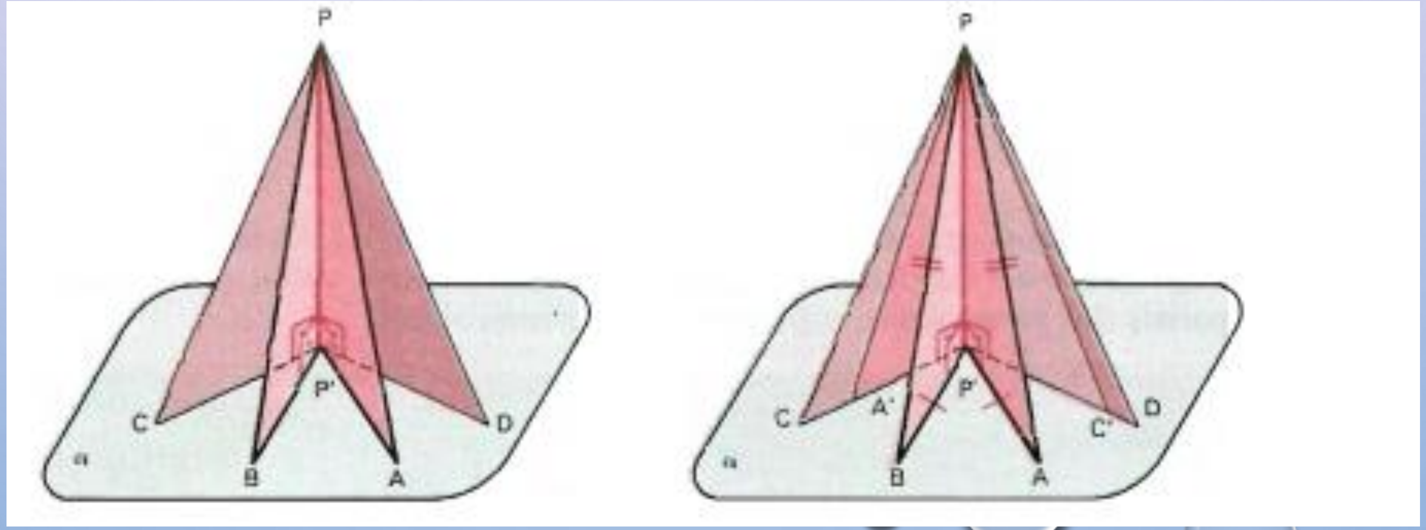
- PROJEÇÃO DE UM SEGMENTO DE RETA:

Definição: Chama-se projeção sobre um plano α de um segmento $\overline{AB}$, contido numa reta não perpendicular a α, ao segmento $\overline{A'B'}$ onde $\mathrm{A'} = proj_{\alpha}\, A$ e $\mathrm{B'} = proj_{\alpha}\, B$.

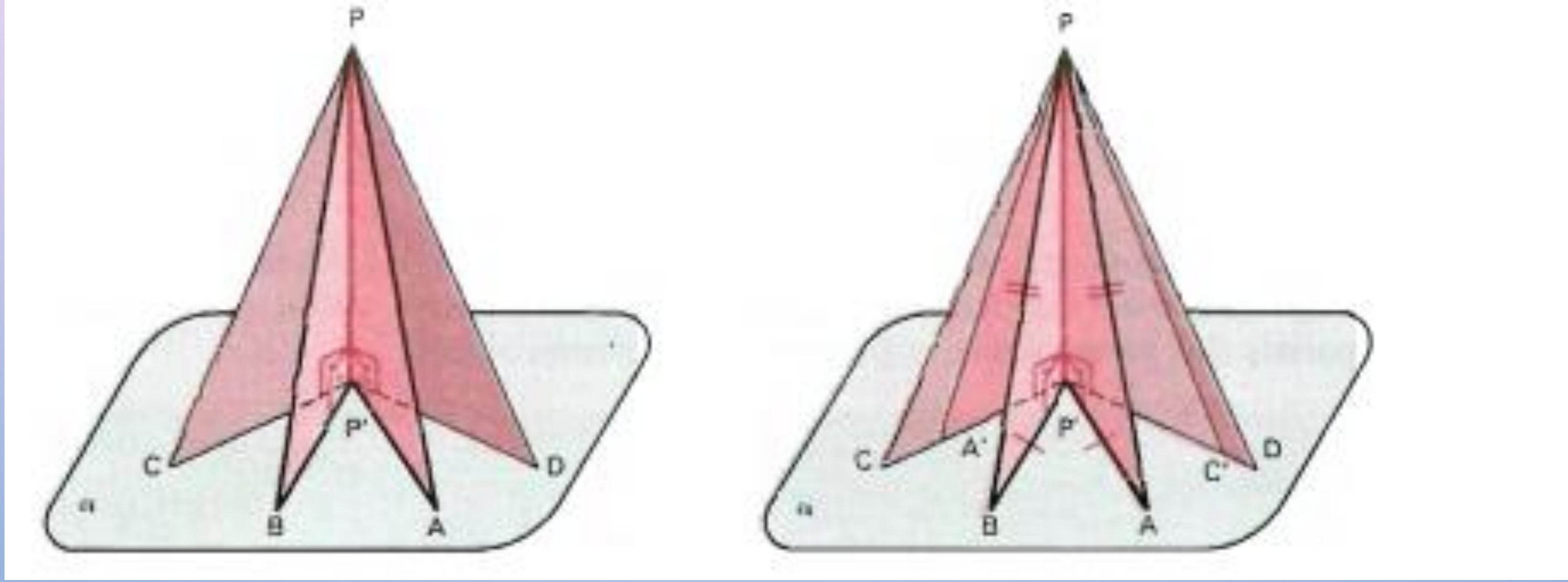


SEGMENTO PERPENDICULAR E SEGMENTOS OBLÍQUOS A UM PLANO POR UM PONTO

- Se por um ponto P não pertencente a um plano α conduzimos os segmentos $\overline{PP'}, \overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PC}, \ldots$, o primeiro perpendicular e os demais oblíquos a α, com as extremidades P', A, B, C, D, ... em α, então:

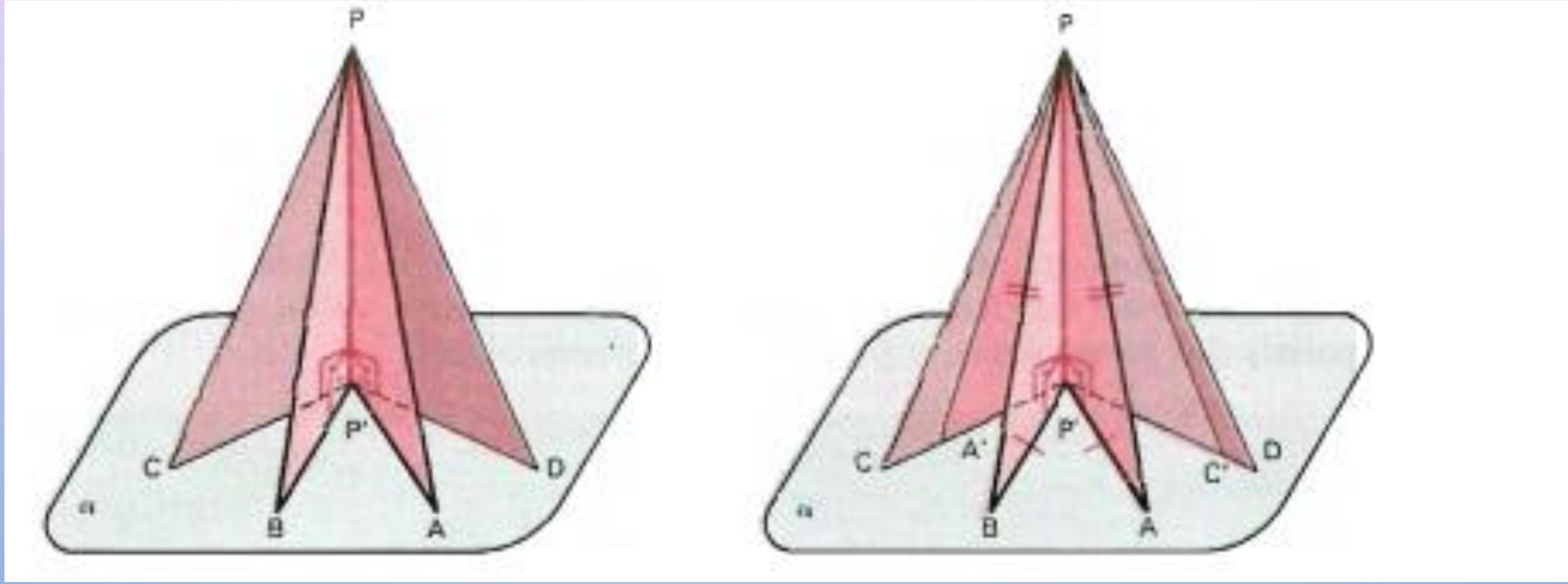


1°) O segmento Perpendicular é *menor* que qualquer dos oblíquos.

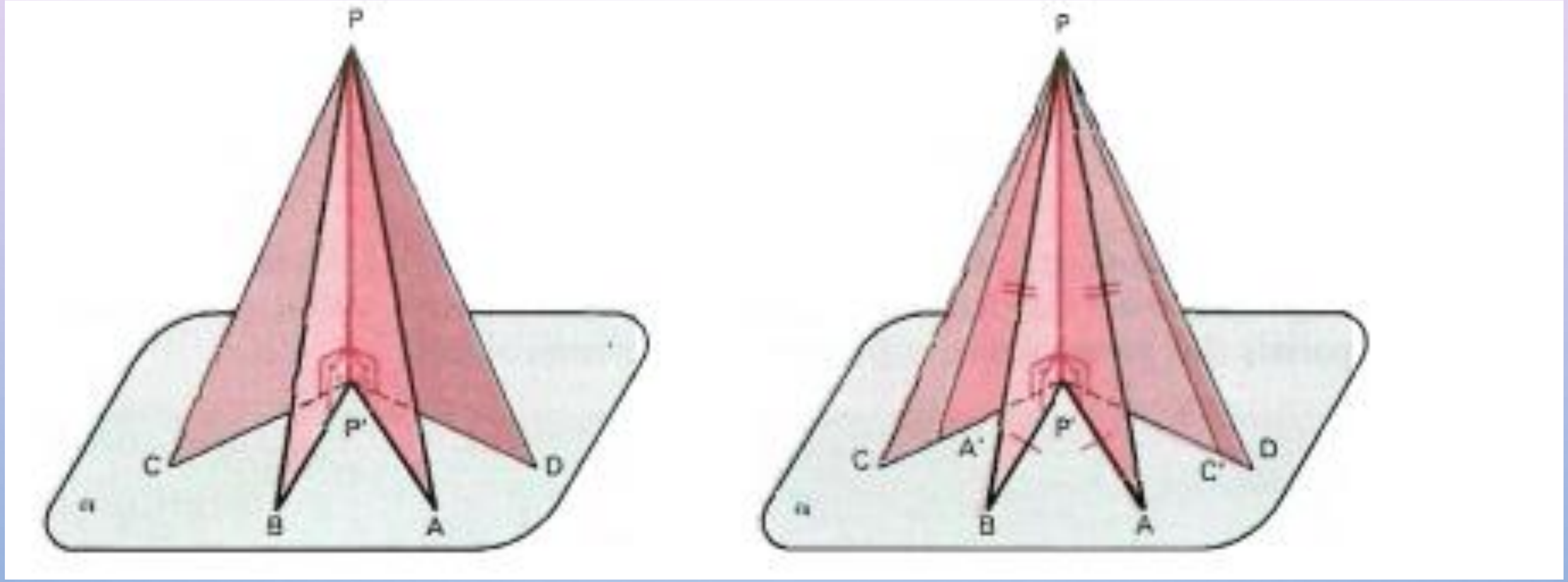


2°)

a) Segmentos oblíquos com *projeções congruentes* são *congruentes*.

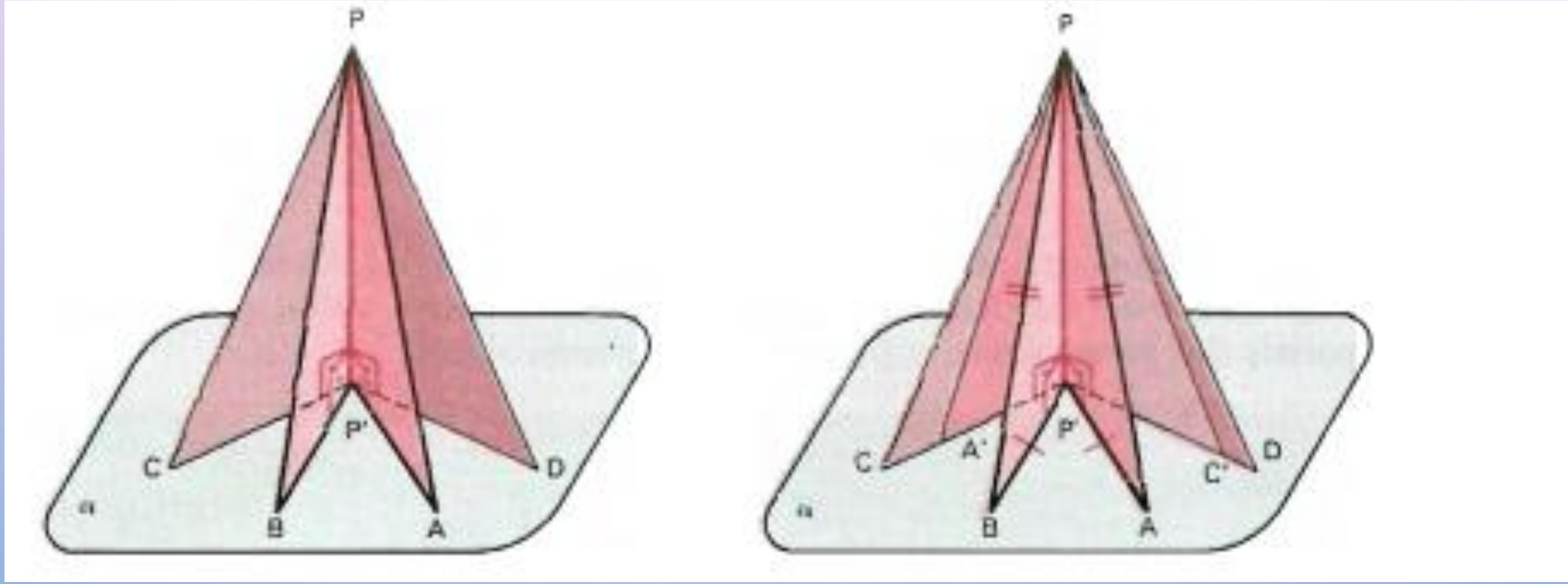


b) Segmentos oblíquos *congruentes* têm *projeções congruentes*.

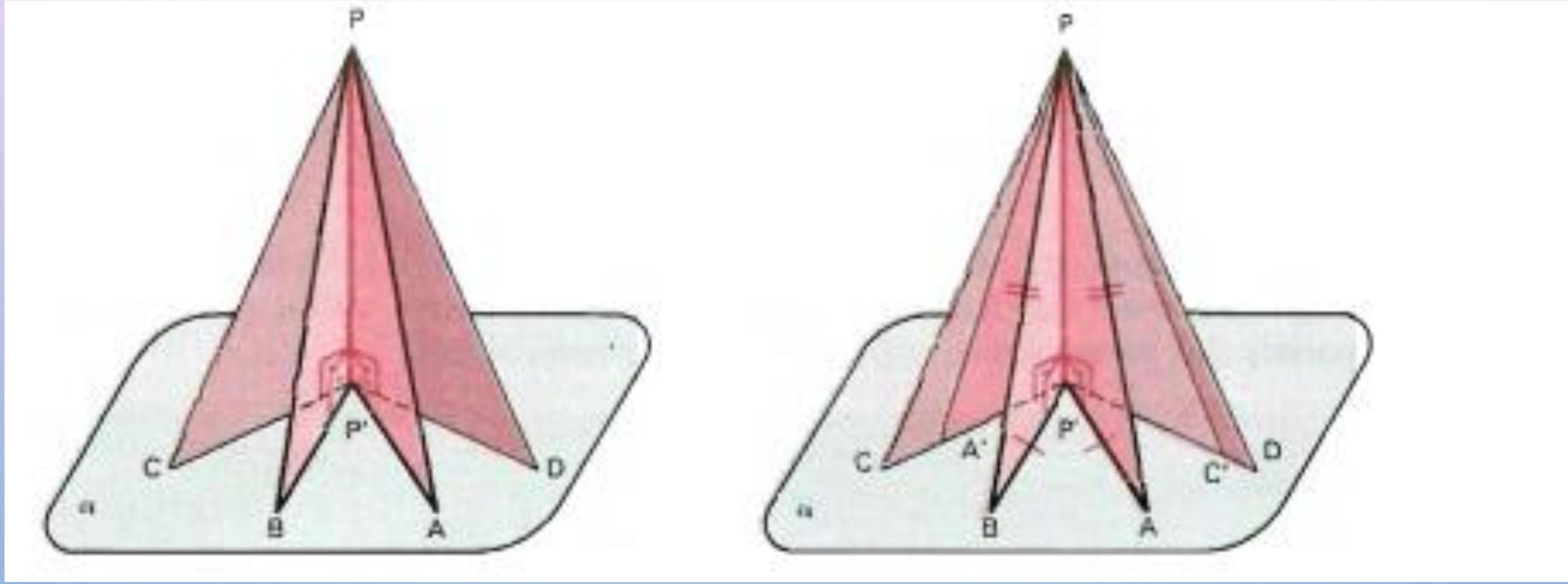


3º)

a) De dois segmentos oblíquos de projeções não congruentes, o de *maior projeção* é *maior.*

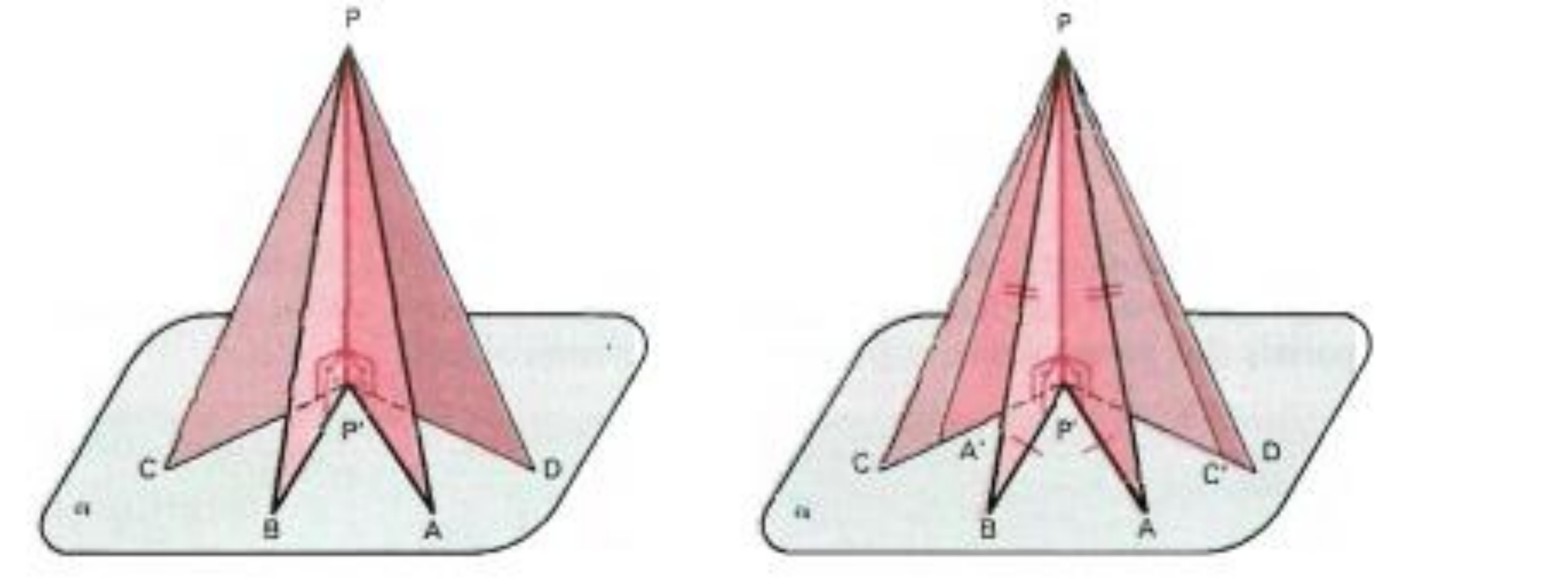


b) De dois segmentos oblíquos não congruentes, o *maior* tem *projeção maior*.

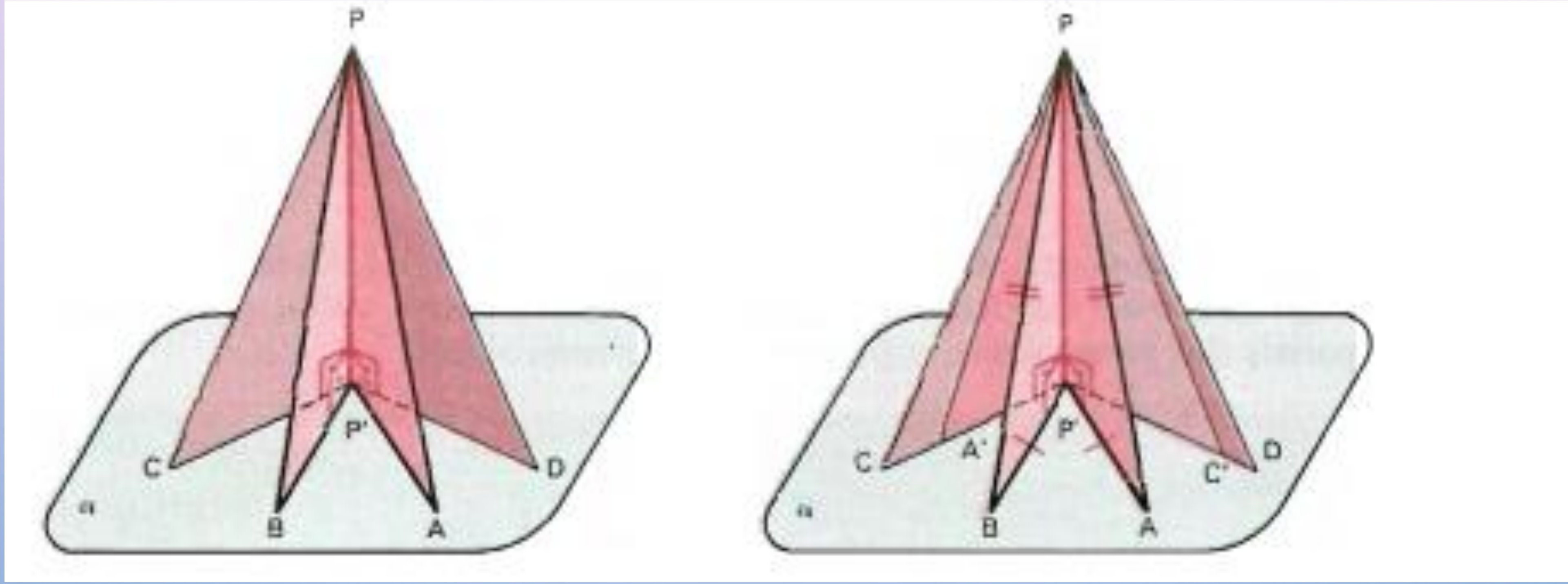


4º)

a) De dois segmentos oblíquos não congruentes, o *maior* forma com a sua projeção um *ângulo menor*.



b) De dois segmentos oblíquos não congruentes, aquele que forma com a sua projeção um *ângulo menor* é *maior*.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS:

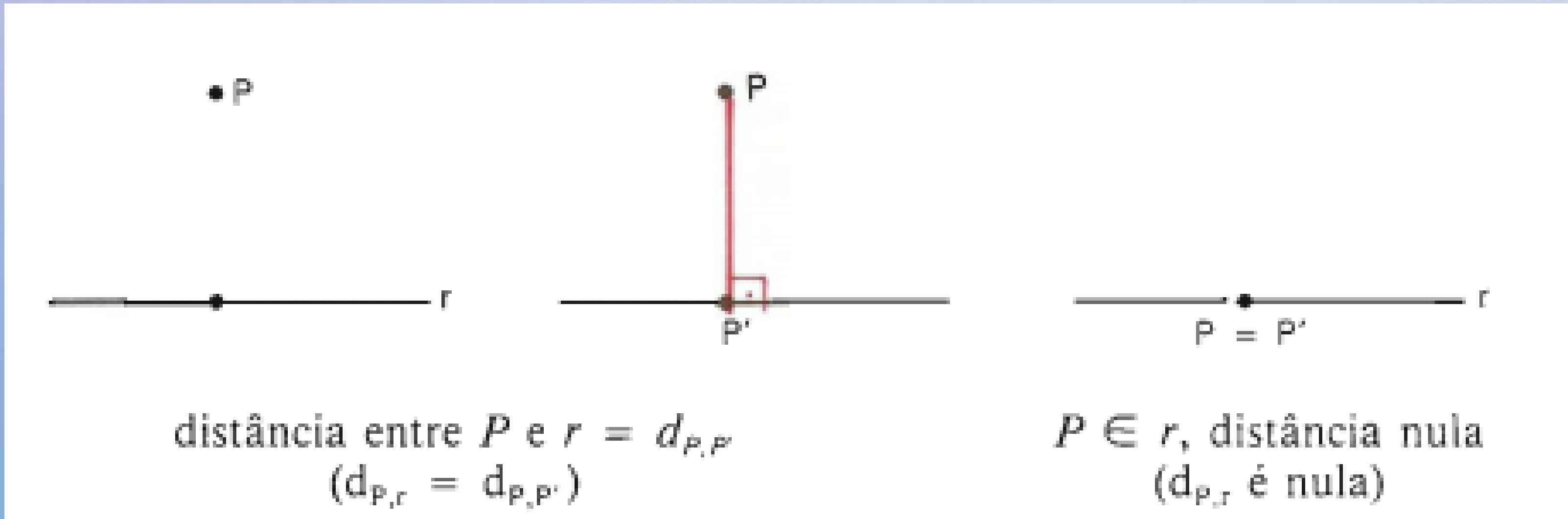
Definição: chama-se distância entre dois pontos distintos A e B ao segmento de reta $\overline{AB}$ ou qualquer segmento congruente a $\overline{AB}$. Se $A = B$, a distância entre A e B é nula.

Indicação: $d_{A,B} =$ distância entre A e B.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- DISTÂNCIA ENTRE UM PONTO E UMA RETA:

Definição: chama-se distância entre um *ponto* e uma *reta* à distância entre esse ponto e o pé da perpendicular à reta conduzido pelo ponto.

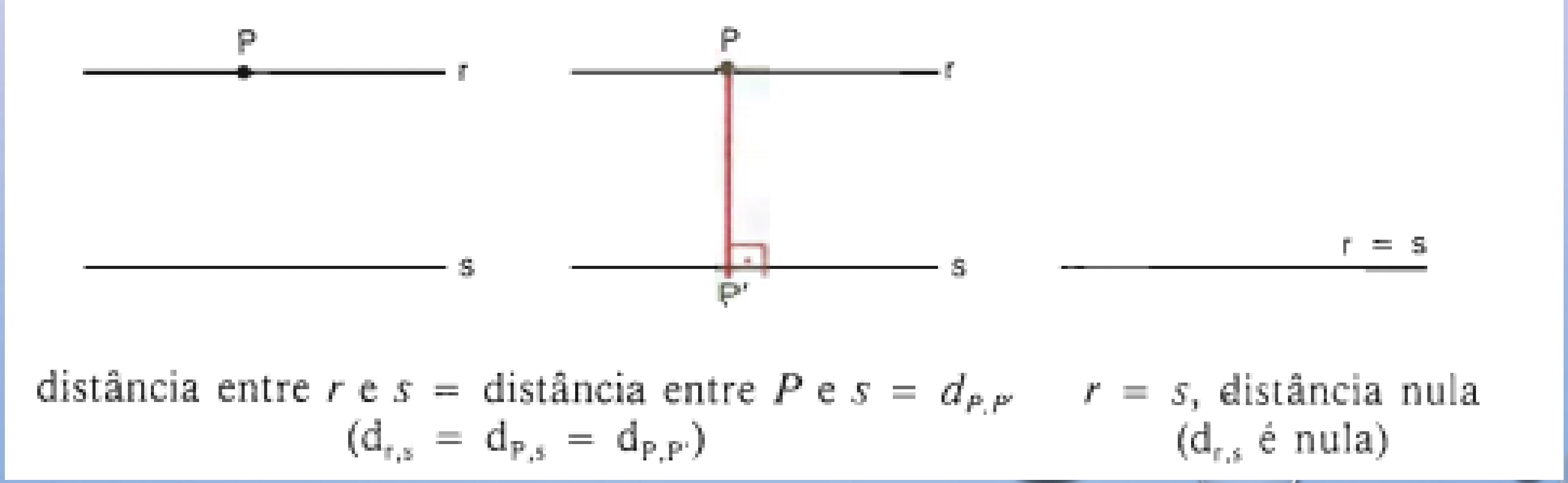


Cuidado:
Distância entre ponto e reta é diferente de distancia entre ponto e ponto da reta.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- DISTÂNCIA ENTRE DUAS RETAS PARALELAS:

Definição: chama-se distância entre *duas retas paralelas* à distância entre um ponto qualquer de uma delas e a outra reta.



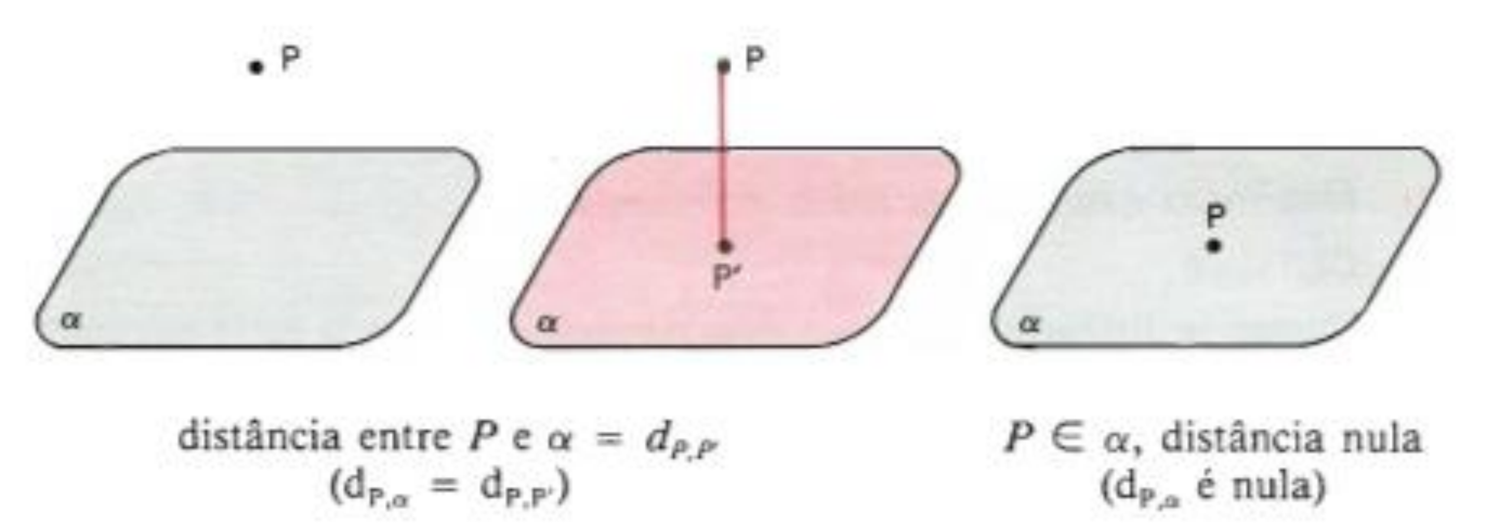
DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Se duas retas distintas são paralelas, os pontos de uma estão a igual distância (são equidistantes) da outra.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- DISTÂNCIA ENTRE PLANO E PONTO:

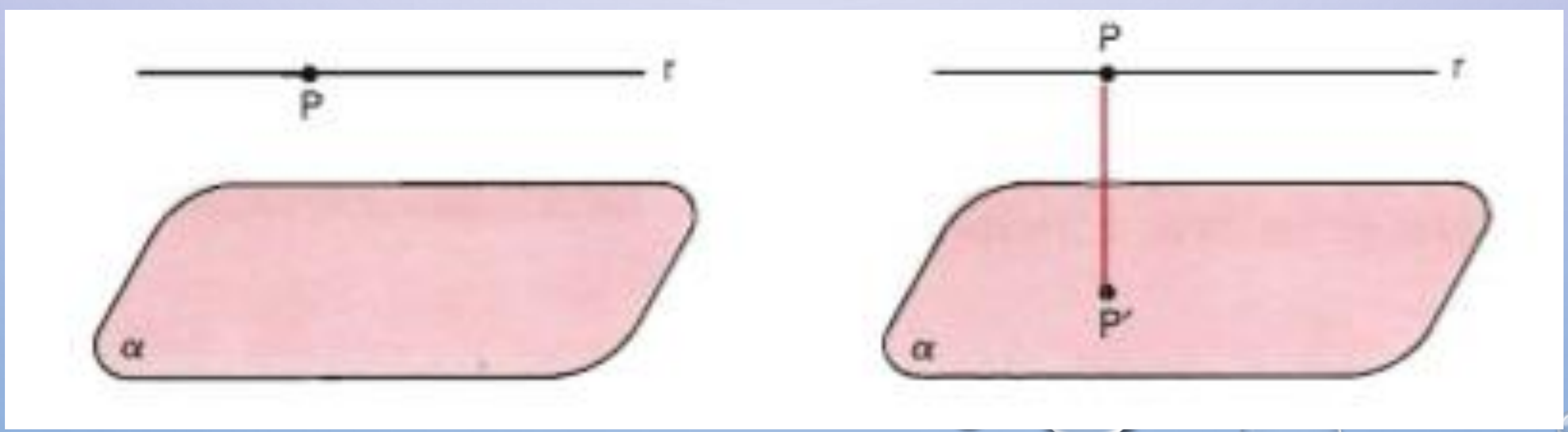
Definição: chama-se distância entre um *ponto* e um *plano* à distância entre esse ponto e o pé da perpendicular ao plano conduzida pelo ponto.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

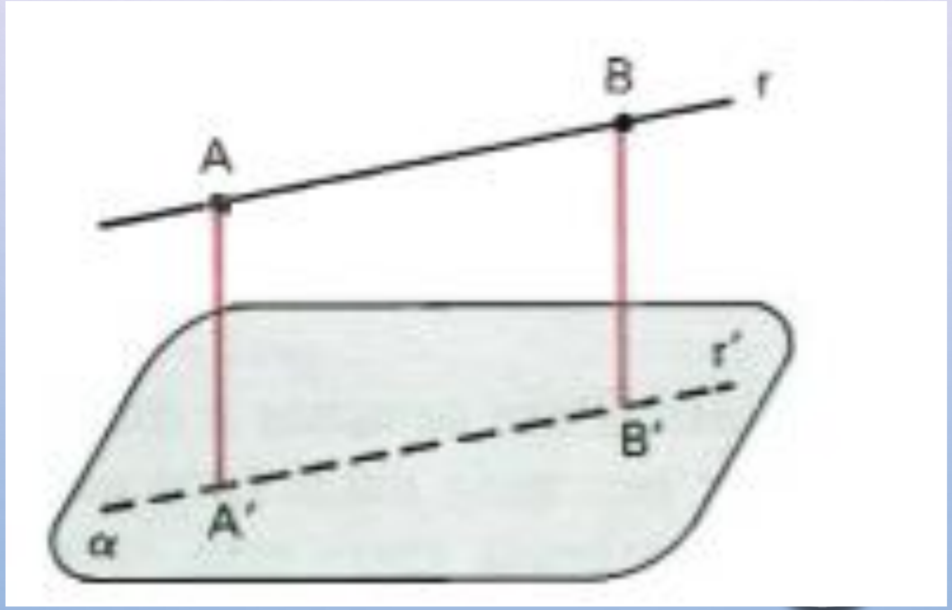
- DISTÂNCIA ENTRE RETA E PLANO PARALELOS:

Definição: chama-se distância entre uma *reta* e um *plano* paralelos à distância entre um ponto qualquer da reta e o plano.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

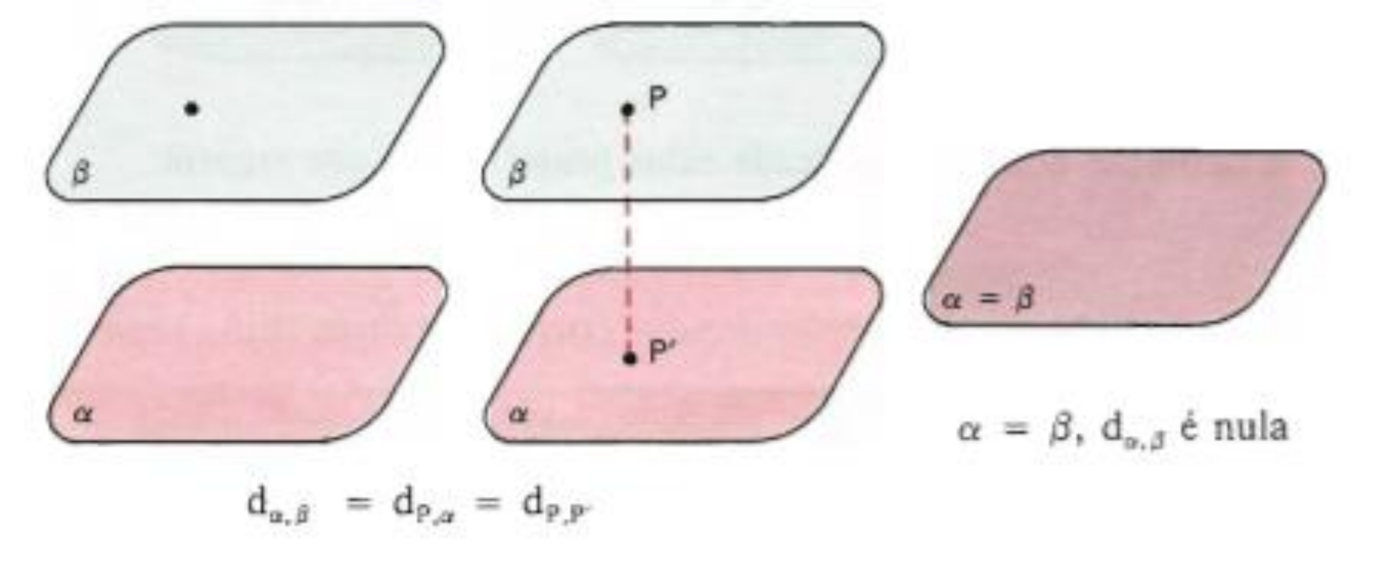
- Se uma reta e um plano são paralelos, os pontos da reta estão a igual distância (são equidistantes) do plano.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

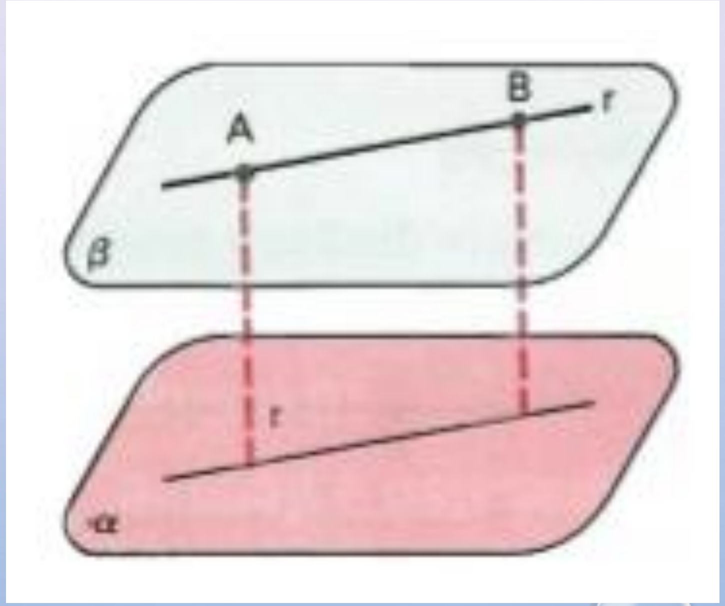
- DISTÂNCIA ENTRE PLANOS PARALELOS:

Definição: chama-se distância entre dois *planos* paralelos à distância entre um ponto qualquer de um deles e o outro plano.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Se dois planos distintos são paralelos, os pontos de um deles são equidistantes do outro.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- DISTÂNCIA ENTRE DUAS RETAS REVERSAS:

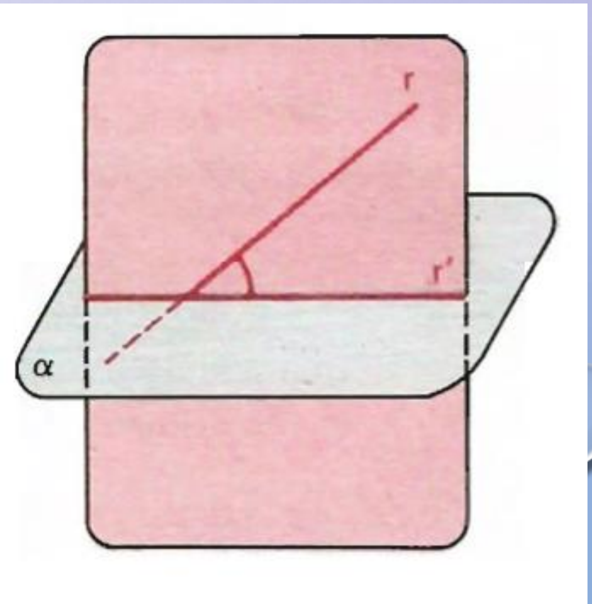
DEFINA E DEMONSTRE!!!!!!!!!!!!!!

(págs 62-65)

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

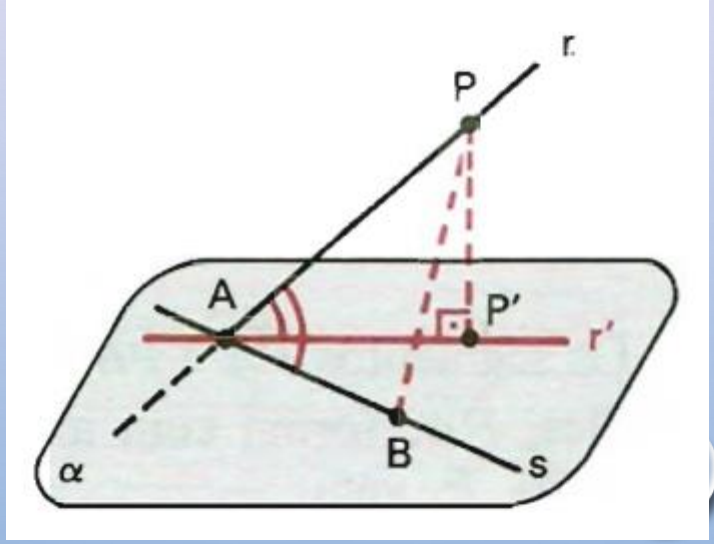
- ÂNGULO DE UMA RETA COM UM PLANO:

Definição: chama-se ângulo de uma reta e um plano oblíquos ao ângulo agudo que a reta forma com a sua projeção ortogonal sobre o plano.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- TEOREMA: Se uma reta é oblíqua a um plano α e o intercepta em A, então o ângulo agudo de r com projeção ortogonal r' sobre α é menor que o ângulo agudo de r com qualquer outra reta de α que passa por A.



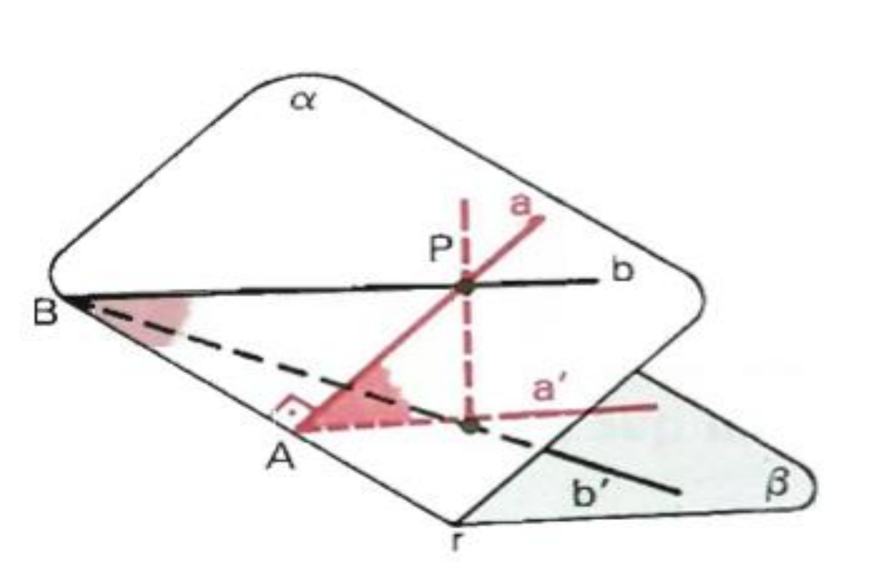
DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- RETA DE MAIOR DECLIVE DE UM PLANO EM RELAÇÃO A OUTRO:

Definição: Se dois planos α e β são oblíquos, toda reta de α perpendicular à interseção dos planos é chamada reta de maior declive de α em relação a β.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- TEOREMA: Se dois planos α e β são oblíquos, r é a interseção deles, e por um ponto P de α, não pertencente a r, conduzimos duas retas concorrentes, a e b, sendo a perpendicular a r, então o ângulo $\widehat{a\beta}$ é maior que o ângulo $\widehat{b\beta}$.



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- LUGARES GEOMÉTRICOS:

Definição: *Lugar geométrico* é o conjunto de pontos caracterizado por uma propriedade.

Como todo conjunto definido por uma propriedade de seus elementos, uma figura é um lugar geométrico se:

a) *Todos os seus pontos* têm essa propriedade;

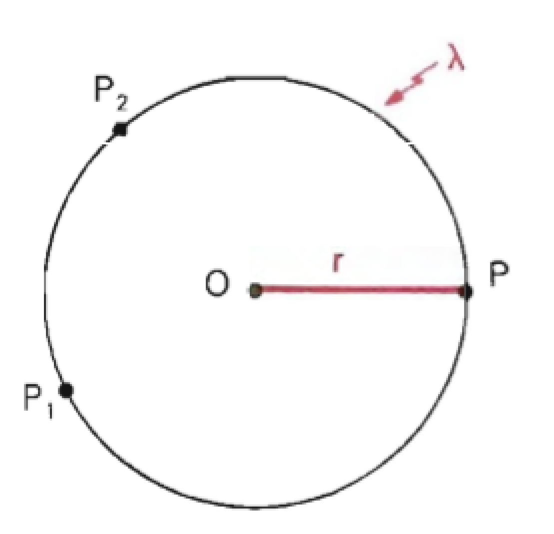
b) *Só os seus pontos* têm essa propriedade.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Circunferência

Def. : dado um plano α, uma distância r, não nula, e um ponto O $\in \alpha$, chama-se circunferência de centro O e raio r o conjunto:

$\lambda(O,r) = \{P \in \alpha | d_{O,P} = r\}$.

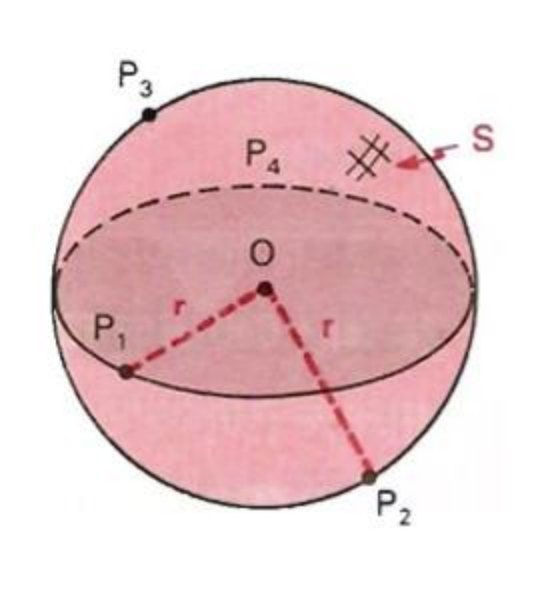


DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Superfície esférica

Def. : dado um ponto O e uma distância r, não nula, chama-se *superfície esférica* de centro O e raio r ao lugar geométrico dos pontos que distam r e O.

$S(O, r) = \{P | d_{O,P} = r\}$



DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Esquema Prático para lugares geométricos

Para se provar que uma figura F é o lugar geométrico dos pontos que têm uma propriedade *p*, procedemos da seguinte forma:

1ª parte: Prova-se que todos os pontos de F têm a propriedade *p*.

$$(\forall X)(X \in F \Longrightarrow X \text{ tem } p)$$

2ª parte: Prova-se que só os elementos de F têm a propriedade *p*.

1° modo: $(\forall Y)\left(Y \text{ tem } p \Longrightarrow Y \in F\right)$ ou

2° modo: $(\forall Z)(Z \notin F \Longrightarrow Z \text{ não tem } p)$

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

- Exemplos:

1. Estabelecer o lugar geométrico dos pontos equidistantes de dois pontos distintos A e B.

DISTÂNCIA GEOMÉTRICA

NOTAS:

- Plano mediador:

Def.: Chama-se plano mediador de um segmento ao plano perpendicular ao segmento pelo seu ponto médio.

- O lugar geométrico dos pontos equidistantes de dois pontos distintos é o plano mediador do segmento que tem esses pontos por extremidades.